

METODIKA VÝSKUMU

Zásadné metodické otázky tvorby matematických modelov rudných ložísk

IVAN ČILLÍK*

Основные математические вопросы при составлении математических моделей рудных месторождений

Составление математических моделей рудных месторождений обусловлено не только геологическими условиями месторождения, но также и их технико-экономическими условиями. При составлении моделей необходимо учитывать также и случайные составные элементы месторождения, так как они являются результатом сложного процесса природных законов. Процесс составления моделей основан на постепенном повышении вступительных данных о месторождении, которое ведёт к их стимуляции и тем к завершающей стадии динамического моделирования месторождения.

Methodical principles of mathematical modelling of ore deposits

The design of a mathematical model for solid mineral deposit is to be set out from the idea that the deposit itself does not represent merely a geological category, but it is also a technical and economical category of a geological object. By the formalisation of this model the random and functional components of principal parameters must be respected as they are results of compound mutual interactions, caused by different interactions of natural laws. The model design is based on gradual perfection of formalised entering data on the deposit conducting by their simulation to the final stage, represented by a dynamical model of the deposit.

Využívanie matematických metód v geológii je späté s istým abstrahovaním skúmaného prírodného objektu a jeho výsledkom je formálna predstava o objekte, v našom prípade matematický model objektu (W. C. Krumbein, Fr. A. Graybill 1965). Táto predstava by mala vystihnúť nielen základné črty stavby skúmaného objektu platné všeobecne pre určitú skupinu podobných objektov, ale aj špecifické prvky vlastné skúmanému objektu. Ak sú tieto vlastnosti objektu podmienené zosúladením fyzikálnych, fyzikálnochemických a iných prírodných zákonov, vzniká prírodný objekt charakteristický nenáhodným usporiadaním čiastkových prvkov stavby v jeho priestore a matematický model tohto objektu má determinovaný základ (W. C. Krumbein, Fr. A. Graybill 1965). Vzájomný posun súladného pôsobenia, alebo mnoho-

* Ing. Ivan Čillík, CSc., Geologický prieskum, 974 00 Banská Bystrica-Kynceľová.

ráz i protichodné pôsobenie prírodných síl vnášajú náhodnú zložku do usporiadania čiastkových prvkov stavby v priestore prírodného objektu a potom sa matematický model môže opierať len o náhodný — stochastický základ. Formovanie ložísk nerastných surovín v prírode prebieha rozmanitým spôsobom a v rozličnom geologickom prostredí, čo je príčinou nerovnakého podielu determinovanej i stochastickej zložky v ich stavbe, a tým aj v ich matematickom modeli.

Lenže ložisko nerastných surovín je nielen geologickým objektom, ktorý si možno formálne predstaviť ako jednoznačne vymedzený statický trojrozmerný priestor, ale v dôsledku technicko-ekonomických kritérií aj dynamickou kategóriou priestoru. Rozličné technické a ekonomické podmienky využitia ložiska pre národné hospodárstvo a hľadanie optimálneho variantu jeho využitia môžu meniť a spravidla aj menia kvalitatívnu charakteristiku objektu a súčasne aj tvar, pozíciu a rozmery jeho priestoru. Matematický model takéhoto objektu by preto mal umožňovať alternatívny prístup k jeho skúmaniu. Tým sa pri matematickom modelovaní ložiska musí dialekticky zjednotiť statická charakteristika geologického priestoru s dynamickým ponímaním jeho funkcie pri hospodárskom využití. Pri takomto ponímaní modelovania ložiska vstupuje do etapy jeho prieskumu aj otázka štruktúry miest odberu a metód vzorkovania, čo bezprostredne nadväzuje na kvantifikáciu tolerancií jeho výsledkov — vypočítaných priemerných hodnôt (množstva a kvality zásob) podľa istých stupňov preskúmanosti celku alebo jednotlivých častí — blokov, a tým na kvantifikáciu časti podmienok na zaraďovanie do kategórií zásob. Znamenalo by to určiť stupeň presnosti priemerných hodnôt výpočtu ako matematicky definovanú mieru preskúmanosti časti ložiska (bloku), ktorá by bola zároveň aj mierou rizika jeho očakávaného efektívneho hospodárskeho využitia (I. Čillík 1967, 1975).

Stručná charakteristika skupín matematických modelov

Charakteristika postupne vyjadruje aj stupeň formalizácie ložiska.

Modely geologickej stavby ložiska

Tieto typy modelov sú základným prvkom akéhokoľvek formalizovania ložiska a pri ich nesprávnej interpretácii vznikajú omyly (A. B. Každan, M. V. Šumilin, A. A. Vikentejev 1974). Doteraz nie sú zjednotené spoločlivé postupy ich tvorby najmä pri ložiskách zložitej stavby s komplikovanými obrysmi ložiskových telies. Pre niektoré typy ložísk sa hodia predstavy a postupy geoštatistiky (G. Matheron 1963). Pri ohraničovaní ložiska len na základe údajov kvality sa môžu používať rozličné interpolačné metódy.

Modely opisu distribúcie ťžitkovej zložky

Na tieto účely rozlišujeme štatistickú distribúciu — distribúciu hodnôt parametrov základného výpočtového vzorca v súbore údajov, a geometrickú — distribúciu hodnôt parametrov v priestore ložiska alebo jeho časti (I. Čillík 1975). Zdá sa, že štatistická distribúcia hodnôt všetkých parametrov vo väčšine prípadov neodporuje požiadavkám lognormálnej distribúcie (I. Čillík

1975). Pri geometrickej distribúcii vychádzame z predstavy rozličného podielu zastúpenia dvoch krajných typov — funkčného a náhodného. Podiel náhodnej zložky v hodnote ľubovoľného parametra by sa mal pokladať za mieru zaradenia ložiska do krajného alebo prechodného typu a za závažné kritérium voľby metodiky prieskumu. Existencia geometrickej distribúcie hodnôt parametrov základného výpočtového vzorca v priestore ložiska je zákonite spätá aj s korelačnými vzťahmi v ložisku. Pritom treba počítať s tým, že v rozličných základných smeroch sa v priestore ložiska možno stretnúť s rozličnými typmi geometrickej, ale aj štatistickej distribúcie, napr. po smere a sklone ložiska šošovkovitej morfológie sa určí geometrický typ a naprieč mocnosťou ložiska štatistický typ distribúcie.

Modely zberu a spracovania vstupných údajov

Otázka racionálnej metodiky zberu údajov a s tým zákonite spätého spracovania vstupných údajov súvisí s voľbou predovšetkým systému zberu údajov v priestore, rovine alebo linii cez ložisko. Polarita geometrickej i štatistickej distribúcie hodnôt parametrov v priestore ložiska a kvantitatívne kritériá stupňa preskúmanosti častí ložiska sa opierajú o vhodnú číselnú charakteristiku premenlivosti jednotlivých hodnôt a spoľahlivosti vypočítaných stredných hodnôt parametrov. Na takéto účely sa všeobecne používajú rozmanité metódy variačnej štatistiky, napr. koeficient variácie, intervaly spoľahlivosti stredných hodnôt atď. Proces zisťovania odchýlok od istej zvolenej hladiny možno rozdeliť do dvoch základných skupín:

1. Zisťovanie chyby geometrizácie ložiskového priestoru, jeho častí (podľa A. B. Každana, M. N. Šumulina a V. A. Vikentjeva 1974).
2. Použitie variačnej štatistiky. Vychádza zo základného predpokladu — požiadavky, že výpočet variačnej charakteristiky sa bude v každom prípade opierať o náhodnú zložku hodnoty ľubovoľného parametra základného výpočtového vzorca (I. Čillík, Š. Ogurčák 1964).

Otázky používania intervalu spoľahlivosti stredných hodnôt na kvantitatívnu charakteristiku stupňa preskúmanosti najnovšie podrobne spracoval R. I. Kogan (1972).

Pri veľmi zaužívanom spôsobe výpočtu stredných hodnôt váženým priemerom z ložísk typu nenáhodného rozmiestnenia hodnôt parametrov v priestore ložiska na tieto účely vyhovuje upravená druhá diferenciácia v zmysle definície S. J. Kazakovského, ktorú upravil I. Čillík a Š. Ogurčák (1964).

Predstava o symetrickej distribúcii hodnôt odchýlok ($d > 0$) je však v rozpore s predstavou ekonomickej asymetrie ložiska podľa J. Žezulku (1967) a asymetrie technicko-ekonomickej charakteristiky vplyvu ťažbou zistených odchýlok od vypočítaných stredných hodnôt úžitkovej zložky v blokoch (I. Čillík 1967) v súlade so vzorcom pre zmenu jednotlivých nákladov využitia bloku ložiska vyvolaného zmenou množstva úžitkovej zložky v ňom. Rozličné hodnoty premenlivosti parametrov v rozličných smeroch v priestore ložiska sa zvyčajne premietnu do systémov zberu vstupných údajov výpočtu alebo sa geometricky spočítajú pri výpočte súhrnnej premenlivosti jednotlivých parametrov a súhrnnej premenlivosti v celom ložisku (pozri I. Čillík, Š. Ogurčák 1964).

Simulácia stavby alebo procesov tvorby geologického objektu je najvyššou formou a konečným štádiom formalizácie geologických objektov.

Opiera sa o metódy matematickoštatistickej interpretácie a extrapolácie v súboroch údajov pri štatistickej, alebo v priestore ložiska pri geometrickej distribúcii ich hodnôt. Príslušné modely sú veľmi rôznorodé (D. G. Krige et al. 1969, G. Matheron 1963, V. Němec 1971, I. Čillík — Š. Ogurčák 1964, V. V. Bogeckij 1962 a i.). Mnohé z modelov sa obmedzujú len na otázky hodnotenia stupňa premenlivosti stavby ložiska, druhé sú ucelenou sústavou od začatia geologickoprieskumných prác až po výpočet zásob. Ich vážnym nedostatkom je jednostranné hodnotenie geologických prvkov stavby ložiska a nekritická aplikácia výsledkov výskumu na ložiskách jedného typu do oblastí ložísk odlišných typov.

Od modelov geologickej stavby ložiska cez modely opisu distribúcie úžitkovej zložky, modely zberu a spracovania vstupných údajov až po modely simulácie, teda úpravy vstupných údajov, stúpa formalizácia predstáv, a tým aj údajov o ložisku a pri nesprávnom postupe alebo nepochopení jeho stavby rastie aj stupeň rizika hrubého omylu. Modely simulácie vstupných údajov sú konečným štádiom matematizácie priestoru ložiska a zároveň aj najvyšším stupňom aplikácie poznatkov získaných geologickým prieskumom istej skupiny ložísk rúd.

Predstava o slede a obsahu procesu formalizácie údajov o ložisku

Táto predstava vlastne zahŕňa postup tvorby modelov istých geologickoprieskumných typov — skupín ložísk rúd. Musí sa opierať o rozdelenie ložísk pevných nerastov na tieto typy a o vyšetrenie základných vlastností ich stavby najprv geologickými metódami. Postup tvorby modelu bude mať tieto štádiá:

- zber vstupných údajov na vybranom ložisku — reprezentantovi istého geologickoprieskumného typu,
- verifikácia vstupných údajov s použitím logických ohraničení a štatistických metód,
- charakteristika distribúcie hodnôt základných parametrov ložiska, testovanie homogénosti súboru údajov, diskriminácia zložených súborov, vyšetrovanie štatistickej distribúcie,
- vyšetrovanie distribúcie hodnôt základných parametrov ložiska v priestore ložiska, vyšetrovanie geometrickej distribúcie,
- vyšetrovanie vzťahov medzi hodnotami základných parametrov ložiska a vzťahov k iným údajom o ložisku,
- výber matematického modelu ložiska s ohľadom na vymedzené morfológické typy, na hranice čiastkových celkov a plochy diskontinuity v jeho priestore na základe geologických i chemickotechnologických podkladov získaných prieskumom alebo exploataciou ložiska,
- určenie typových modelov ložísk pevných nerastov a stanovenie kritérií spoľahlivosti zistených priemerných hodnôt základných parametrov na technicko-ekonomickom princípe.

Široké využitie simulácie hodnôt vstupných údajov o základných parametroch ložiska je podmienkou pre tvorbu dynamického modelu ložiska, ktorý

je východiskom pre variantné úvahy o jeho využití v priestore a v čase. Pri-
tom sa ložisko delí na časti na geologických, chemickotechnologických alebo
technickoexploatačných princípoch. Podmienkou je, aby tieto časti neboli
menšie ako základný priestor (napr. vzorka) zberu údajov o ložisku. Druhou
podmienkou musí byť požiadavka, aby stupeň simulácie vstupných údajov pre
rozličné kategórie preskúmanosti ložiska bol rozličný a zároveň nepresiahol
interval spoľahlivosti vypočítaných priemerných hodnôt zo základných nesimu-
lovaných vstupných údajov.

Doručené 18. 10. 1976

Odporučil V. Němec

LITERATÚRA

- Čillík, I. 1959: Niektoré praktické závery matematického a grafického rozboru
údajov získaných pri prieskume rudných ložísk. *Geol. průzk.*, 2, č. 2, s. 51—57.
- Čillík, I. — Ogurčák, Š. 1964: Metodika prieskumu rudných ložísk. Bratislava,
SVTL, 392 s.
- Čillík, I. 1967: Tolerancie kategorií zásob nerastných surovin. *Rudy*, 15, č. 1,
s. 18—21.
- Čillík, I. 1975: Distribúcia hodnôt parametrov ložiska nerastov a otázky tvorby
jeho modelu pri výpočte zásob. In: *Matematické metody a využívání výpočetní
techniky pre výpočty zásob rud a nerud*. Praha, Geoindustria, s. 4—36.
- Každan, A. B. — Šumilin, M. V. — Vikentjev, V. A. 1974: Metodické zá-
klady kvantitativneho oceňovania preskúmanosti zásob pevných nerastných surovin.
Sov. geol. (Moskva), No. 11, s. 8—19.
- Kogan, R. I. 1972: Interválnije oceňki zapasov poleznych iskopajemych. Moskva,
Izd. Nedra, 142 s.
- Krige, D. G. — Watson, M. I. — Oberholzer W. J. — Du Toit, S. R.
1969: The use of contour surfaces as predicatve models for orevalues. *Symp.
on computer applications and operations research in the mineral industry*. Salt
Lake City, New York 1969, p. 127—161.
- Krumbein, W. C. — Graybill, F. A. 1965: *An Introduction to Statistical
Models in geology*. New York, Pergamon Press, 392 p.
- Matheron, G. 1963: Principles of geostatics. *Econ. Geol. (London)*, V. 58, No. 8,
pp. 1246—1266.
- Němec, V. 1971: Space models of inclined limnestone deposits. *Can. Inst. Min.
Met. spec. Vol.* 1971, No. 12, p. 209—217.
- Žežulka, J. 1967: O dostovernosti zapasov tverdyh poleznych iskopajemyh i koe-
ficientach peresčeta ich v uslovnuju kategorijum ischođa iz uslovij rudnyh mesto-
roždenij Čechoslovakii. *Sov. geol. (Moskva)*, No. 7, s. 105—112.

Methodical principles of mathematical modelling of ore deposits

IVAN ČILLÍK

Utilisation of mathematical models in geology is connected with abstraction
of the examined natural object. The result of this process is a formalised
imagination of the object, the mathematical model (W. C. Krumbein —
F. A. Graybill, 1965). Congruency of natural laws leads into systematic
array of partial parameters of the deposit edifice and the mathematical model
has a determined base. In opposite case predominance of random events causes
a stochastic base of the mathematical model.

A solide mineral deposit is not only a geological object that we may imagine

as a three-dimensional space. Owing to applied technical and economical criteria, the deposit represents a dynamical category of a geological space as well. This approach requires an alternative one to its examination. Dynamic parameters in the design have to be deduced from quantified tolerances of estimated average values and hereby from partial conditions for categorisation in accordance with exploration degree (I. Čillík 1967, 1975).

Consequent mathematical models as models of the geological edifice, estimated distribution of exploitable compounds, models of estimation of entering data and models of entering data simulation represent gradual growth of the formalisation degree over the deposit.

Geological edifice models represent basic degree of the formalisation concept on the deposit. Incorrect use of this model leads to miscalculation (A. B. Kazhdan — M. V. Shumilin — A. A. 1974). For some kinds of deposits geostatistical methods are applicable (G. Matheron 1968).

Exploitable compound distribution models are set out from the idea of statistical and geometrical distribution (I. Čillík 1975). In case of geometrical distribution in space a fusion of functional and random type is presumed (I. Čillík — Š. Ogurčák 1964). The share of random parameters may be mean for the typisation of the deposit in course of its exploration. It must be pressed, that various distribution and correlation pattern may occur in frame of a single deposit.

Models of collection and estimation of entering data have to choose a rational system for data collection in lines, planes or in total space of the deposit. Criteria for the exploration degree are based mainly on numerical characteristics of variability.

Methods of variation statistics both in case statistical distribution (R. I. Kogan 1972) as well as in the case of geometrical distribution (A. B. Kazhdan — M. V. Shumilin — V. A. Vikentiev 1974) are used. In case of functional geometrical distribution the random parameter of data (I. Čillík 1959) may be used, too. Some discrepancies occur however due to economical assymetry of the deposit (J. Žežulka 1967, I. Čillík 1967).

Entering data simulation models are the highest degree of formalisation of geological objects. The methodics itself is based on interpretation by mathematical statistics and on extrapolation in sample space or in the total space of the deposit (D. G. Krige et al. 1969, G. Matheron 1968, V. Němec 1971, I. Čillík — Š. Ogurčák 1974 a. o.). Serious defficiency of some coherent mathematical models lies on one-sided appreciation of deposit edifice parameters and on insufficiently motivated application from an unique object to several others.

The data formalisation process on the deposit should to proceed from parameter collection on choosed deposit through their verification to statistical and geometrical distribution characteristics and to estimation of correlations. The final stage is the design of a mathematical model. By this model delimited morphological types of the deposit and the complexity of discontinuities in its space should be to appreciated. This process is to be accomplished by design of typical mathematical models of solide mineral deposits and by estimation of maximum likelihoods of evaluated average volues on both technical and economical base.

Preložil I. Varga